

ДИНАМИКА МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ

Ю. Г. МАРТЫНЕНКО

Московский энергетический институт (технический университет)

DYNAMICS OF MOBILE ROBOTS

Yu. G. MARTYNENKO

A new direction of mobile robot applications – the international student contest is considered. A theoretical basis is given for the dynamic effects being observed in robot motion. The peculiarities of the first robotics problem – the determination of voltages supplied to robot engines which provide robot program motion are analyzed. The algorithms of mobile robot navigation are discussed.

Рассмотрено новое направление использования мобильных роботов – международные студенческие соревнования. Дано теоретическое обоснование динамических эффектов, наблюдаемых при движении робота. Проанализированы особенности решения прямой задачи робототехники – определения напряжений, подаваемых на двигатели робота и обеспечивающих реализацию программных движений. Обсуждены алгоритмы навигации мобильных роботов.

www.issep.rssi.ru

ВВЕДЕНИЕ

После впечатляющих успехов, достигнутых во второй половине нашего века при успешном внедрении промышленных роботов в процесс автоматизированного производства различной продукции, в настоящее время можно говорить о переносе центра научных исследований в область создания «экзотических» роботов. Здесь нужно упомянуть космических роботов для изучения поверхности небесных тел Солнечной системы, роботов для эксплуатации Международной космической станции, роботов для подводных исследований. В ходе борьбы с терроризмом возникла острая необходимость в роботах, предназначенных для разминирования подозрительных предметов в местах скопления людей (например, в аэропортах или общественном транспорте). Нужны роботы, которые могут без помощи оператора тушить пожары, самостоятельно передвигаться по заранее неизвестной реальной пересеченной местности, выполнять спасательные операции во время стихийных бедствий, аварий атомных электростанций и т.п.

В последнее время возникла еще одна область применения мобильных роботов. Во многих странах начали проводить соревнования, чемпионаты различного уровня между мобильными роботами, созданными студенческими командами ведущих университетов мира. Появился даже новый термин – интеллектуальный спорт, участники которого соревнуются в конструировании наиболее совершенных робототехнических систем [1]. Возрастающее внимание к этой на первый взгляд «несерьезной» области определяется следующими обстоятельствами.

Во-первых, существует не только внешняя аналогия между робототехническими соревнованиями и автомобильными гонками. Разработчики гоночных моделей, как правило, являются лидерами научно-технического прогресса в своей отрасли промышленности. Острейшая конкуренция и экстремальные условия соревнований создают идеальные условия для апробации научно-технических новинок.

Во-вторых, в последнее десятилетие в промышленности развитых странах наблюдается определенное падение

интереса молодежи к техническим специальностям. Естественной реакцией общества на эту тенденцию стала соответствующая реклама высоких технологий, которая осуществляется в широких масштабах при государственной поддержке и активном спонсировании крупными компаниями. Такой рекламой стали соревнования роботов, в которых кроме спортивного большое значение имеют зрелищные элементы, использующие технологии современного шоу-бизнеса и оказывающие немалое психологическое воздействие на молодое поколение. Во время этих соревнований обычно проводятся показательные выступления мобильных роботов и демонстрация новейших робототехнических систем. Организаторы этих шоу учитывают, что современные масс-медиа приучили новые поколения к яркой, рекламной подаче информационных материалов, а спортивный дух стал стержнем образа жизни здоровой молодежи.

Студенты-разработчики спортивных мобильных роботов должны не только обладать глубокими теоретическими знаниями в области точных наук, но и уметь воплотить самые последние достижения мехатроники¹ в «железо». Здесь возникает уникальная возможность превращения знаний в нечто материальное и нечто живое. Создатель робота реально сталкивается с величайшей загадкой и чудом — проблемой устройства интеллекта. Заметим, что многие ученые вообще пессимистически оценивают саму возможность разгадки в обозримом будущем тайны интеллекта. Высказываются серьезные опасения, что, если интеллект сам себя поймет, он немедленно себя разрушит, как это он делает в других областях. Разумеется, эти опасения не могут остановить исследований в этой крайне важной и интересной области науки.

Учитывая ключевое междисциплинарное положение мехатроники в области точных наук, интеллектуальный спорт можно, безусловно, рассматривать как новую образовательную технологию [1].

1. ОРГАНИЗАЦИЯ СОРЕВНОВАНИЙ РОБОТОВ

К настоящему времени уже разработано значительное число вариантов проведения робототехнических соревнований, в которых состязаются различные типы роботов — от микроботов (микроботов) до мехатронных монстров весьма внушительных размеров. Эти роботы должны уметь находить выход из лабиринтов,

¹ Мехатроника — новая обширная область науки, лежащая на стыке теоретической механики, микроэлектроники, информатики и теории автоматического управления. Примером мехатронных систем являются робототехнические системы, включающие чувствительные элементы, исполнительные механизмы, компьютеры и обладающие элементами искусственного интеллекта.

сражаться в гладиаторских боях, участвовать в баталиях с командами противников на футбольных или баскетбольных полях, соревноваться в скорости прохождения той или иной трассы и т.д.

Многие проблемы, с которыми приходится сталкиваться создателям роботов, далеко выходят за рамки учебных программ и находятся на переднем крае научных исследований. В частности, принципы организации систем управления интеллектуальных мобильных роботов на базе многопроцессорных и нейропроцессорных структур, вопросы коллективного поведения группы роботов еще только начинают обсуждать на страницах научных журналов и, наверняка, потребуют немало времени и усилий для своего разрешения. Привлечение студентов к этой проблематике, безусловно, будет способствовать рождению новых идей.

Первые всероссийские (с международным участием) соревнования автономных мобильных роботов состоялись в декабре 1998 года в Институте механики Московского государственного университета. Эти соревнования проводили на горизонтальной площадке, разбитой на квадратные клетки со стороной порядка 2 м, которые окрашены так, что образуется шахматная доска — полигон (рис. 1). На полигоне нанесена полоса — трасса, образованная отрезками прямых и дуг окружностей.

Полигон снабжен маяками, подвешенными над его поверхностью на высоте одного метра и имеющими излучатели с круговой диаграммой направленности. При одновременном включении двух маяков образуются ворота, через которые должен проехать робот. В состав полигона входят кабельная сеть и компьютерный пульт управления, который обеспечивает задание произвольного маршрута движения робота с помощью изменения порядка включения маяков.

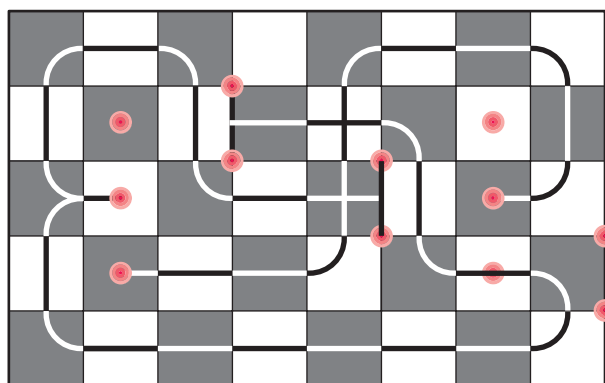


Рис. 1. Схема полигона для мобильных роботов (красные кружочки — места нахождения маяков)

Главное условие соревнований — полная автономность в действиях робота, который во время движения может опираться только на свой собственный интеллект. Всякие попытки создателей робота в оказании внешней помощи своему питомцу сурово пресекают судьи вплоть до дисквалификации провинившейся команды.

Согласно правилам соревнований, по команде «Старт» робот должен доехать до включенного маяка и погасить его, коснувшись своей мачтой контактного кольца, в центре которого находится излучатель маяка. Момент касания фиксируется автоматикой полигона, после чего включается следующий маяк, к которому начинает двигаться робот, чтобы снова погасить его. Если включены ворота, то робот должен пройти через створ ворот. В случае, когда все маяки выключены, робот при помощи своего собственного зрения (телекамер или других оптических датчиков) должен двигаться по трассе, которая представляет собой полосу шириной 50 мм, белую на черных квадратах и черную на белых. Радиусы криволинейных участков трассы равны половине стороны квадрата.

Сложность маршрута определяется шириной ворот, расположением и порядком включения маяков, задающих траекторию робота, числом поворотов полосы. Эти параметры меняются на различных этапах соревнований (квалификационные заезды, четверть- и полуфиналы).

При каждой попытке фиксируется время прохождения маршрута; за невыполненные задания добавляются штрафные секунды. Победителем считается робот, показавший в финале лучшее время.

Как в боксе или регатах, организаторы соревнований обычно проводят состязания в разных весовых категориях, называемых классами роботов. Класс «монотип» имеет строго регламентированную ходовую часть как по типу используемых электродвигателей, емкости бортовых аккумуляторов, так и по размерам шасси. В «свободном классе» роботов такие ограничения отсутствуют.

Мобильный робот класса «монотип» имеет трехколесное шасси с двумя моторизованными колесами, которые приводятся во вращение электродвигателями, используемыми в стеклоочистителях автомобилей.

Кроме того, на шасси робота размещаются необходимые датчики, разработанные участниками соревнований, бортовой компьютер и система управления движением (рис. 2).

Уже на первых метрах пути колесного робота его конструкторы вынуждены снова открывать для себя нетривиальные динамические эффекты: заносы на поворотах, неустойчивость прямолинейного движения на больших скоростях, «шимми»¹ колес и т.д. Как правило, эти эффекты описываются нелинейными и очень

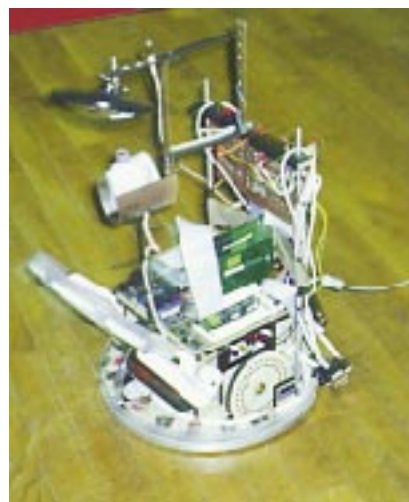


Рис. 2. Мобильный робот

громоздкими системами дифференциальных уравнений, и водительские курсы мобильного робота сводятся к созданию алгоритмов управления с учетом соответствующей теории. И если команда недооценивает необходимость создания грамотной механико-математической модели, то ее робот обречен быть в хвосте более умных конкурентов. Объяснение некоторых эффектов динамики мобильного робота будет дано в следующих разделах.

2. КАКИЕ КОЛЕСА РОБОТА ДОЛЖНЫ БЫТЬ ВПЕРЕДИ?

Задача о движении колесного робота относится к довольно сложному разделу теоретической механики, посвященному исследованию движения систем абсолютно твердых тел с неголономными связями². Даже в случае одного тела, катящегося по абсолютно твердой поверхности, возникают нетривиальные динамические эффекты. Их разгадка была найдена только в последнее время [2].

¹ Шимми — это модный в двадцатых годах нашего века балльный танец. «Шимми» в механике называется явление самовозбуждения интенсивных колебаний переднего колеса самолета при рулении, взлете или посадке. Этот «танец» самолета на взлетной полосе часто заканчивался трагически из-за поломки стоек колес.

² Связи — это ограничения, накладываемые на координаты и скорости точек механической системы. С математической точки зрения связи выражаются дифференциальными уравнениями. В случае, когда эти дифференциальные уравнения не могут быть проинтегрированы и сведены к уравнениям только для координат точек системы, связь называется неголономной.

Особенностью неголономных систем является, в частности, особая методика составления дифференциальных уравнений движения, разработанная П. Аппелем, П.В. Воронцом и С.А. Чаплыгиным.

Для определенности далее рассмотрим мобильный робот, который имеет два независимо управляемых моторизованных колеса. Пусть движение робота происходит в горизонтальной плоскости, третье колесо робота считается безынерционным, лишенным трения и закрепленным на шасси робота на вертикальной саморазворачивающейся вилке. На рис. 3 приведен общий вид шасси мобильного робота. При принятых допущениях его движение полностью определяется координатами $\{x, y\}$ точки A — центра отрезка, соединяющего ведущие колеса шасси, и углом поворота φ , отсчитываемым от оси X .

Движение всех колес происходит без проскальзывания. Ведущие колеса 1 и 2 имеют радиус r и приводятся во вращение одинаковыми двигателями 4 и 5 соответственно, на которые подаются управляющие напряжения: U_L — для левого колеса 1 и U_R — для правого колеса 2. Поворот робота осуществляется с помощью разности указанных управляющих напряжений.

Движение робота рассматривается относительно неподвижной системы координат OXY . Подвижная система координат Axy с началом в точке A жестко связана с шасси робота. Ось x перпендикулярна отрезку, соединяющему центры ведущих колес, и является осью симметрии шасси. Положительное направление оси x совпадает с направлением движения робота. Центр масс робота находится в точке C ; абсциссу точки C в подвижной системе обозначим через a . При положительных значениях a центр масс и третье колесо находятся впереди ведущих колес.

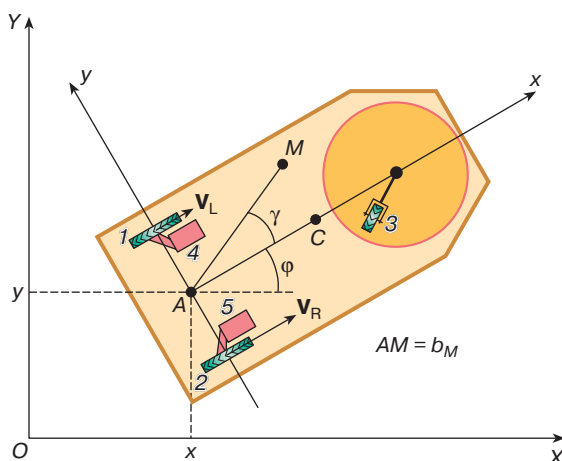


Рис. 3. Схема шасси мобильного робота

При равенстве напряжений, подаваемых на двигатели ведущих колес, дифференциальные уравнения движения мобильного робота имеют вид [3]

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\mu V + a\Omega^2 + p, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\mu \frac{l^2}{r^2} \Omega - \frac{a}{\rho^2} V\Omega. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь V — скорость точки A , Ω — угловая скорость робота, μ — параметр, пропорциональный коэффициенту сил вязкого трения, ρ — радиус инерции робота относительно оси, проходящей через центр масс, $2l$ — расстояние между центрами ведущих колес робота, p — положительный параметр, пропорциональный сумме напряжений, подаваемых на ведущие колеса робота.

В случае постоянства параметра p уравнения (1) описывают неуправляемое движение робота. При положительных значениях параметра a уравнения (1) имеют единственную особую точку

$$V = \frac{p}{\mu}, \quad \Omega = 0. \quad (2)$$

Частное решение (2) отвечает прямолинейному поступательному движению робота с постоянной скоростью V . Это движение асимптотически устойчиво «в большом», то есть все решения уравнений (1) через некоторый промежуток времени будут сколь угодно мало отличаться от решения (2). Фазовый портрет системы (1) в этом случае показан на рис. 4, причем частное решение (2) представляет собой устойчивую особую точку типа «узел» [3, 4].

Ситуация меняется, когда параметр a отрицателен, то есть центр масс и третье колесо находятся позади ведущих колес робота. При увеличении напряжения, подаваемого на двигатели, и росте его скорости при $p = \mu V = -\frac{1}{a} \left(\frac{\mu l \rho}{r} \right)^2$ на плоскости V, Ω происходит

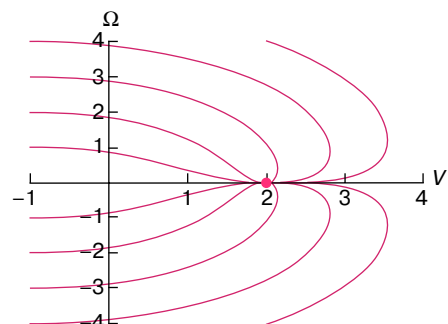


Рис. 4. Фазовый портрет при $a > 0$

бифуркация рождения [4] двух новых особых точек системы (1)

$$V = V^* = -\frac{\mu l^2 \rho^2}{ar^2}, \quad \Omega = \pm \Omega^* = \pm \sqrt{-\frac{p}{a} - \left(\frac{\mu l \rho}{ar}\right)^2}. \quad (3)$$

Особые точки (3) являются устойчивыми узлами или фокусами. Механический смысл решений (3) состоит в таком вращательном движении робота с постоянной угловой скоростью, при котором точка A описывает окружность радиуса $R = V^*/\Omega^*$. При этом особая точка (2) становится неустойчивой и превращается в седло.

Соответствующий фазовый портрет для системы дифференциальных уравнений (1) построен на рис. 5.

Обсуждаемые математические результаты означают, что в случае, когда ведущие колеса находятся впереди центра масс, мобильный робот может совершать устойчивое прямолинейное движение только со скоростью, не превосходящей некоторого предельного значения. С ростом напряжения, подаваемого на двигатели, скорость робота увеличивается. После достижения указанного предельного значения прямолинейное движение становится неустойчивым; робот «закручивает», и он стремится к одному из вращательных движений (3). (Будет ли финальное движение «правым» или «левым», заранее предсказать невозможно. Это определяется малыми возмущениями, существующими при движении реального робота.) В случае, когда третье колесо находится впереди ведущих колес, робот может устойчиво двигаться по прямой с любой скоростью¹. Разумеется, специальная система управления может стабилизировать движение робота и в случае, когда ведущие колеса находятся впереди, однако алгоритм этой системы управления должен учитывать природу неустойчивости, определяемую дифференциальными уравнениями (1).

¹ Заметим, что именно этот вариант выбирается при конструировании шасси больших самолетов.

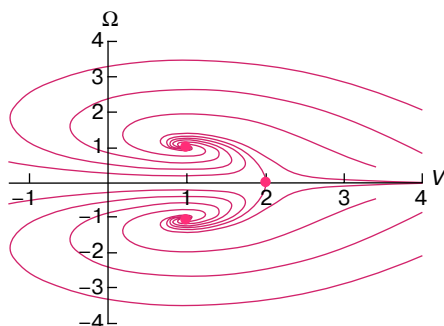


Рис. 5. Фазовый портрет при $a < 0$

3. ПРОГРАММНЫЕ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА. КОНТУРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ

Под программным движением далее понимается движение, при котором одна из точек робота (локатор, телекамера и т.д.) движется с постоянной скоростью по заданной плоской кусочно-гладкой кривой. Рассмотрим задачу определения напряжений, которые надо подать на двигатели робота, чтобы реализовать с заданной точностью это движение. Эта задача аналогична первой задаче динамики, которая заключается в определении силы по известному движению материальной точки. С математической точки зрения указанная классическая задача сводится к нахождению правых частей обыкновенных дифференциальных уравнений, для которых заданные траектории являются интегральными кривыми.

Для моментов, развиваемых электродвигателями, можно использовать следующую линейную аппроксимацию:

$$M(U, \dot{\psi}) = c_1 U - c_2 \dot{\psi}. \quad (4)$$

Здесь U — напряжение, подаваемое на двигатель, c_1, c_2 — положительные постоянные коэффициенты, $c_2 \dot{\psi}$ — момент противоэлектродвижущей силы, $\dot{\psi}$ — угловая скорость ротора двигателя.

Вектор V скорости точки A всегда совпадает с продольной осью робота, поэтому уравнение неголономной связи выражает ортогональность скорости точки A и оси y :

$$-V_{Ax} \sin \varphi + V_{Ay} \cos \varphi = 0. \quad (5)$$

Зададим программное движение произвольной точки робота M в неподвижной системе координат гладкими функциями времени

$$X_M = X_M(t), \quad Y_M = Y_M(t). \quad (6)$$

При этом проекции скорости точки M на неподвижные оси координат будут непрерывными функциями времени $V_{Mx} = V_{Mx}(t) = \dot{X}_M$, $V_{My} = V_{My}(t) = \dot{Y}_M$.

Особенностью задач управления мобильным роботом, который представляет собой неголономную электромеханическую систему, являются ограничения, возникающие при задании программных траекторий. В данном случае уравнение (5) приводит к невозможности произвольного задания угловой координаты робота: курсовой угол робота обязан быть решением дифференциального уравнения первого порядка

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-V_{Mx} \sin \varphi + V_{My} \cos \varphi}{b_M \cos \gamma}, \quad (7)$$

где $b_M \cos \gamma$ и $b_M \sin \gamma$ — постоянные координаты точки M в подвижной системе координат Ax . Интегрирование

уравнения (7) с заданным начальным условием позволяет найти закон изменения курсового угла φ . При этом модуль скорости точки A определяется формулой

$$V = \frac{V_{MX} \cos(\varphi + \gamma) + V_{MY} \sin(\varphi + \gamma)}{\cos \gamma}. \quad (8)$$

Модуль V скорости точки A и угловая скорость Ω робота удовлетворяют динамическим уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{2c_2}{mr^2}V + a\Omega^2 + \frac{c_1}{mr}(U_L + U_R), \\ \dot{\Omega} &= -\frac{2c_2 l^2}{I_A r^2}\Omega - \frac{ma}{I_A}V\Omega + \frac{c_1 l}{I_A r}(U_R - U_L), \end{aligned} \quad (9)$$

где m – масса корпуса, $I_A = I_C + ma^2$ – его момент инерции.

Подставляя (7) и (8) в (9), можно из получившейся системы двух алгебраических уравнений найти напряжения U_L , U_R , обеспечивающие реализацию программного движения (6).

Таким образом, помимо операций дифференцирования уравнений (6) траектории точки A , важным этапом определения напряжений является интегрирование дифференциального уравнения (7), являющегося следствием существования в рассматриваемой задаче неголономной связи (5).

Приведем результат решения описанной выше прямой задачи робототехники в случае, когда траектория точки M (2) состоит из двух четвертей окружностей радиуса R (рис. 6), а точка M движется по этой кривой с постоянной по модулю скоростью. Не утомляя читателя видом довольно громоздких формул, которые получаются после интегрирования дифференциального уравнения (7), ограничимся графиками напряжений, которые надо подать на двигатели робота, чтобы реали-

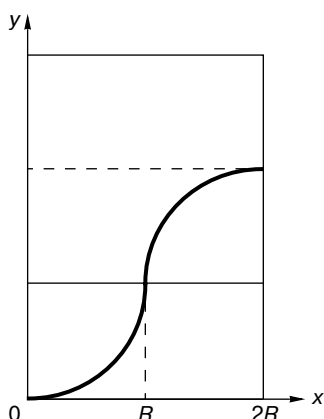


Рис. 6. Траектория точки M

зовать траекторию, приведенную рис. 6. Графики напряжений, построенные на рис. 7, соответствуют роботу с массой корпуса $m = 12$ кг; $I_A = 0,75$ кгм; $r = 0,08$ м; $l = 0,2$ м; $h = 0,56$ м; $c_1 = 0,084$ Н · м/В, $c_2 = 0,084$ Н · м · с. Модуль скорости точки M $|V| = 1$ м/с. Из этих графиков видно, что программные напряжения имеют скачки, а амплитуды напряжений превышают величину напряжения бортового аккумулятора 12 В. Следовательно, точно реализовать выбранное на рис. 6 программное движение принципиально невозможно. Разработчик алгоритма управления роботом должен учитывать это обстоятельство, и его задача заключается в выборе закона управления напряжениями на двигателях, при котором отклонения точки A от желаемой траектории минимальны.

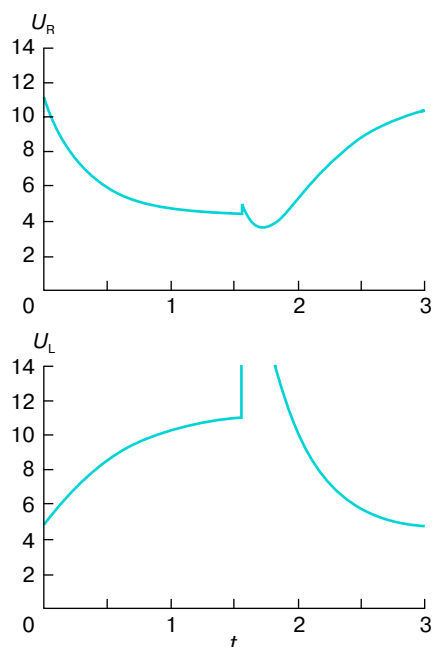


Рис. 7. Графики напряжений на двигателях при $\varphi_0 = 0$

4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАВИГАЦИИ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Пусть на мобильном роботе установлены два датчика, измеряющие угловую скорость вращения ведущих колес 1, 2 робота (рис. 3). При отсутствии проскальзывания и деформаций колес сигнал каждого датчика пропорционален скорости центра соответствующего колеса. В этом случае на основе показаний датчиков можно вычислить скорость V точки A и угловую скорость Ω робота по формулам

$$V = \frac{1}{2}(V_R + V_L), \quad \Omega = \frac{1}{2l}(V_R - V_L). \quad (10)$$

Здесь V_R, V_L – идеальные показания датчиков.

Согласно рис. 3, кинематические уравнения, связывающие обобщенные скорости с величинами V и Ω имеют вид

$$\dot{x} = V \cos \varphi, \quad \dot{y} = V \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = \Omega. \quad (11)$$

Подставляя (10) в (11), получаем кинематические уравнения для истинных значений координат робота

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1}{2}(V_R + V_L) \cos \varphi, & \dot{y} &= \frac{1}{2}(V_R + V_L) \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{2l}(V_R - V_L). \end{aligned} \quad (12)$$

Если в некоторый момент времени $t = 0$ задать начальные значения координат точки A и курсового угла φ

$$x'|_{t=0} = x'_0, \quad y'|_{t=0} = y'_0, \quad \varphi'|_{t=0} = \varphi'_0 \quad (13)$$

и в бортовом компьютере проинтегрировать систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}' &= \frac{1}{2}(V'_R + V'_L) \cos \varphi', & \dot{y}' &= \frac{1}{2}(V'_R + V'_L) \sin \varphi', \\ \dot{\varphi}' &= \frac{1}{2l}(V'_R - V'_L), \end{aligned} \quad (14)$$

то в каждый момент времени робот будет «знать» свое положение в неподвижной системе координат OXY . В уравнениях (14) V'_R, V'_L – реальные показания датчиков, x', y', φ' – вычисляемые в бортовом компьютере координаты робота. Уравнения (14) называются модельными уравнениями автономной навигации [5].

Модельные переменные x', y', φ' и показания датчиков V'_R, V'_L можно представить в виде

$$\begin{aligned} x' &= x + \Delta x, & y' &= y + \Delta y, & \varphi' &= \varphi + \Delta \varphi, \\ V'_R &= V_R + \Delta V_R, & V'_L &= V_L + \Delta V_L. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $\Delta x, \Delta y, \Delta \varphi$ – разница между вычисленными и истинными значениями обобщенных координат робота, $\Delta V_R, \Delta V_L$ – инструментальные погрешности датчиков измерения скоростей центров колес робота.

Подставляя (15) в (14) и считая ошибки определения обобщенных координат $\Delta x, \Delta y, \Delta \varphi$ и погрешности датчиков $\Delta V_R, \Delta V_L$ малыми величинами, можно получить уравнения ошибок счисления пути

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta x}{dt} &= -\frac{1}{2}(V_R + V_L) \sin \varphi \Delta \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi (\Delta V_R + \Delta V_L), \\ \frac{d\Delta y}{dt} &= \frac{1}{2}(V_R + V_L) \cos \varphi \Delta \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi (\Delta V_R + \Delta V_L), \\ \frac{d\Delta \varphi}{dt} &= \frac{1}{2l}(\Delta V_R - \Delta V_L). \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения ошибок (16) тоже могут быть проинтегрированы в бортовом компьютере, что позволяет повысить точность определения положения робота. При интегрировании уравнений (16) используется дополнительная информация, получаемая от локаторов маяков, от оптических датчиков в моменты пересечения границ квадратов полигона и т.п. Использование дополнительной информации называется коррекцией навигационного алгоритма, при этом задача коррекции ставится как задача оценивания решения уравнений ошибок (16) с учетом соответствующих коррекционных измерений. Описанная процедура позволяет ввести поправки на выход бортового компьютера, в котором интегрируется система уравнений (14).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные задачи управления и навигации роботов показывают, что мобильные роботы представляют собой чрезвычайно удобный объект для постановки как классических, так и новых задач мехатроники.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Hirose S. Introduction of "Intelligent Sport" // J. Robotics and Mechatronics. 1998. Vol. 10, № 1. P. 2–6.
2. Маркеев А.П. О динамике катящегося тела и некоторых курьезных свойствах вращающегося волчка // Соросовский Образовательный Журнал. 1998. № 9. С. 96–103.
3. Девянин Е.А. О движении колесных роботов // Доклады научной школы конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы». Москва, 1–3 декабря 1998 года. М.: НИИ механики МГУ, 1998. С. 169–200.
4. Белых В.Н. Элементарное введение в качественную теорию и теорию бифуркаций динамических систем // Соросовский Образовательный Журнал. 1997. № 1. С. 115–121.
5. Мартыненко Ю.Г. Инерциальная навигация // Там же. 1998. № 8. С. 102–108.

Рецензент статьи А.П. Маркеев

* * *

Юрий Григорьевич Мартыненко, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической механики Московского энергетического института, действительный член Международной академии наук высшей школы. Область научных интересов – механика. Автор более 150 научных работ.